

# Beijing City Lab

Zheng S, Wu J, Zhang Y, Zhang Y, Zhang B, Du Y, 2014, Constructing A Spatial Supply-Demand Matching Index for Local Public Services. Beijing City Lab.  
Working paper # 23

# 简介

近年来中国城镇化率一直以每年 1 到 1.5 个百分点的速度快速增长，2012 年已达到 52.6%，并有望在 2030 年达到约 70% 甚至更高。展望未来，城镇化将是中国经济增长的巨大引擎，是扩大内需的最大潜力。中国共产党第十八次全国代表大会明确提出了“新型城镇化”战略，提出要积极稳妥推进城镇化，这其中的一项重要内容就是促进基本公共服务的均等化，着力提高居民的生活质量和幸福感。刚刚闭幕的中共十八届三中全会，也明确提出要加快推进公共资源均衡配置，实现基本公共服务城乡一体化和更一般意义上的均等化，完善城镇化健康发展体制。这标志着中国城市化的发展目标已经开始从数量型增长向质量型发展转变，“以人为本”的导向日益突出。

与此相伴的是中国城市发展由生存型向发展型转变，城市政府的职能由原来直接参与生产和控制经济开始转向提供优质公共服务、创造良好发展环境和维护社会公平正义。可以预见，今后城市政府的主要任务将通过更加科学地优化公共资源的配置效率及公平性，提高城市居民的生活质量和城市经济的发展潜力。但是，历史路径所造成的公共服务资源（特别是优质资源）在城乡之间、大中小城市之间以及一个城市内部不同区位间差距过大的现实问题，加之在城镇化大潮下不断涌入城市的大量外来人口所带来的需求冲击，都为城市政府的管理智慧和治理能力带来了严峻的考验。本项目的研究将从微观视角切入，分析大城市内部不同区位间的公共服务供需匹配问题，并探讨其对城市空间效率及公平性的影响。

## 城市公共服务设施的现实意义

城市公共服务是城市生活质量 (urban quality of life) 的基本决定要素，已成为城市吸引高质量人力资本和高端产业的关键优势。城市内教育、医疗和环境等公共服务设施的供给数量和空间布局，是城市管理部门提高居民生活质量以及城市整体空间经济效率的重要抓手。然而，现阶段许多城市的公共服务设施与居民需求严重不匹配，公共服务过度集中于中心城区，与人口和产业郊区化进程不协调，严重损害了城市居民的生活质量和城市运行效率。

以北京市为例，超过 60% 的“重点小学”和“三甲医院”集中于三环内，而该范围内的居住人口仅占全市的 32%。这种公共服务与居民分布在空间上的失配就导致许多城市居民不得不为享用公共服务而承担高昂的交通成本（包括交通的货币成本和时间成本），从而恶化了城市的交通拥堵问题，并由此加重了空气污染。例如，有学者的实证研究显示，北京市工作日早晚高峰时段家长机动车接送小学生上下学的交通负荷约占该时段全部交通流的 10%，而这部分机动车出行将该时段的道路交通拥堵程度提高了约 15%-20%，其尾气排放又进一步恶化了空气污染，带来了 PM<sub>10</sub> 浓度的上升<sup>1</sup>。同时，低收入和外来务工人员等弱势群体，往往更容易被从优势区位挤出，其获得公共服务资源的壁垒进一步提高。

一些城市政府已经意识到上述问题并开始设计应对政策。例如，北京市政府努力通过提高公共服务的供需匹配程度，来解决一系列的城市问题。在《“十二五”绿色北京规划》中明确提出“稳步推进居住、教育和医疗等功能向外转移，从源头解决中心城交通拥堵、资源

---

<sup>1</sup>郑思齐,孙聪,陆铭,教育、拥堵与污染——跨学区就学影响交通与环境的证据,清华大学建设管理系房地产研究所工作论文。

过度集中等问题，提高城市运行效率”。2013年9月，副市长陈刚阐述了其应对方案：“下一步将科学编制区域卫生规划和医疗机构设置规划，限制中心城大型医院扩张，鼓励以整体搬迁或者主体搬迁等模式，逐步疏解服务全国的综合性及专科性医疗机构”<sup>2</sup>。

## 城市内公共服务供需匹配指数

城市公共服务设施具有高成本、区位固定和耐久性等特征，一旦建成后相当长时期内无法调整，或者即使调整也要付出很大的成本。这就意味着，亟需建立科学化和系统化的度量方法和评价指标，对城市内现有基本公共服务的空间分布情况及其与居民需求的匹配程度进行度量和分析，以辅助提高现阶段城市新增公共服务设施选址决策的合理性和科学性，促进城市空间增长的可持续性。

我们的研究团队充分借鉴城市规划、城市经济和地理学等领域国际学者在空间分析及居民偏好量化方面的前沿理论和方法，利用空间统计方法和微观数据的优势，提出了一套开展城市内部公共服务设施供需匹配分析的逻辑框架与方法体系，并以北京为例，构造了北京市城八区（东城区、崇文区、西城区、宣武区、海淀区、朝阳区、丰台区、石景山区）<sup>3</sup>范围内的公共服务供需匹配指数。

城市公共服务供需匹配指数专注于如何通过优化公共服务空间布局来提高居民的生活质量，能够在微观尺度公共服务供给现状评价、不同类型居民公共服务偏好特点精细化分析、以及典型或全部公共服务设施的供需匹配程度等三个方面，提供科学的计算方法和量化的指标体系。更进一步，该指数还可以拓展应用于分析城市内“公共服务-居住-就业”的空间不平衡所导致的效率损失问题，以及不同收入群体在享受公共服务方面的公平性问题。

在对北京市城八区的案例分析中，我们重点选取了小学、医院和公园绿地三类典型公共服务设施。基于公共服务供需匹配指数的拓展分析包含两个部分：首先测算了由于公共服务供需失配所带来的额外交通出行及空间效率损失；随后我们也给出了不同公共服务设施供需匹配区间下的常住人口数量和结构分布，为公共服务供给的公平性评价提供参数支持。分析结论显示，北京市二环内的区域在公共服务供需匹配方面呈现出明显的优势，而二环内到五环间的大部分街道都存在着较为严重的公共服务供给不足问题。129个街道在公共服务设施的供需匹配方面呈现出较大的差异，55%以上的街道都存在着公共服务供需不匹配的问题；有65%的常住人口居住在小学供给不足的区位。

---

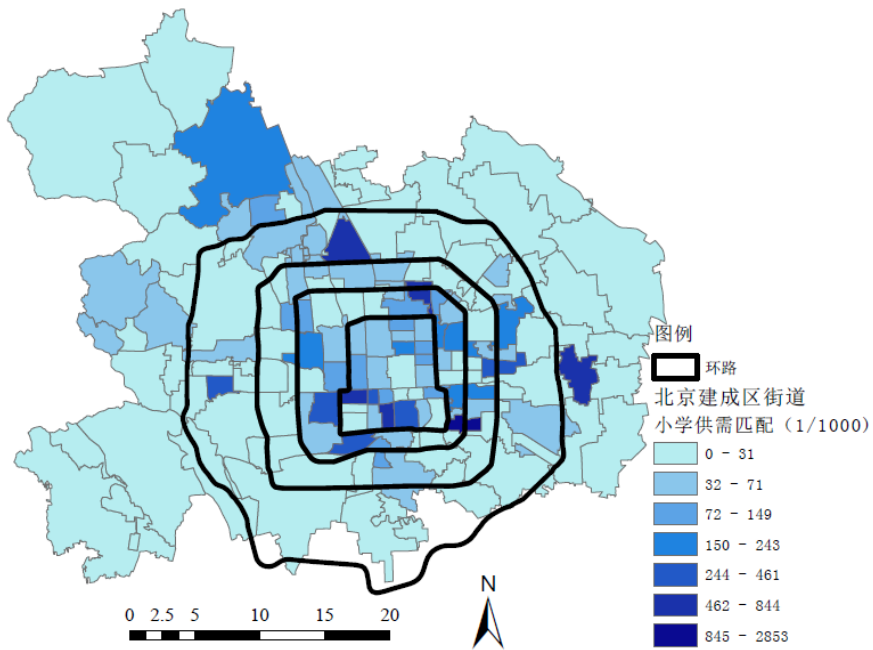
2北京市副市长陈刚在2013年9月27日北京第十四届人大常委会第六次会议上的报告。

3北京市已经于2010年从行政区划上将内城四区合并为新东城和新西城，现行为城六区。但本项目分析中所采用的多源数据均为截止到2010年的情况，部分统计数据是在原城八区层面；因此本报告在相关内容上统一将分析口径维持在原城八区。

图 1

北京市 129 个街道在公共服务综合供需匹配指数上存在显著差异

\*蓝色越深代表供需匹配程度越高



# 城市内公共服务供需匹配指数的构造

## 指数构造的核心思路、基本步骤和研究基础

### 三个主要步骤与基本分析单元

指数构造遵循三个主要步骤：1) 供给端公共服务设施的空间分布分析与度量；2) 需求端居民家庭对公共服务设施偏好差异的量化分析；3) 供需结合的匹配分析。在供给端的空间分析中，我们采用更加微观的栅格网作为基准以提高测算精度；而在最终的供需匹配环节，为了适应需求端数据可得性的约束，我们将分析的基本单元放大到街道层面。因此，我们研究的范围是北京八区（占地面积 1368 平方公里），三类基本公共服务（小学、医院和公园）供给层面的微观分析以 1357 个栅格为基本单元，公共服务供需匹配的分析及最终指数构建以 129 个街道为基本分析单元。在分析的过程中，形成了公共服务供给指数、需求指数，以及供需匹配三类指数。

### 居民偏好测度及单项与综合两个分析维度

研究团队从单项公共服务设施的层面，精细地测度其供需匹配程度。供给角度主要是基于公共服务设施客观分布现状的空间分析，更加具有挑战的是如何对居民的偏好特点开展需求端分析。我们的核心方法是显示性偏好法 (Revealed Preference)，具体而言，是利用 Hedonic 模型测算居民对于三类公共服务的支付意愿，以及各类居民群体对同一种公共服务的支付意愿（图 2，详见 13 页）。这样，可以从单项公共服务和多项公共服务综合的两个维度来测算供需匹配指数。

图 2

三类公共服务及各类公共服务在不同人群间的偏好差异（利用 Hedonic 模型测算，详见 13 页）

公共服务	各类家庭的支付意愿		
	平均水平	I类家庭	II类家庭
学校	$A_0$	$A_1$	$A_2$
医院	$B_0$	$B_1$	$B_2$
公园	$C_0$	$C_1$	$C_2$

- **针对专项设施构造更为细致的需求指数**：细化不同人群对某一类公共服务的偏好存在差异（图 2 中的  $A_1$  与  $A_2$ ），可以在结合某区块人口结构的基础上，根据下式借助偏好加权，构造不同类型居民对某一类公共服务的统一需求指数。由此开展单项公共服务的供需匹配分析（以小学为例，对比家中有学龄儿童<sup>4</sup>的家庭与其他家庭

<sup>4</sup>4 年龄小于等于 14 岁的儿童。

对小学支付意愿 A1、A2 的差异；以偏好加权计算每个街道内居民对小学的需求总量，与小学供给指数对比分析）。

$$D^I = \frac{\beta_I \times D_I + \beta_{II} \times D_{II}}{\beta_I + \beta_{II}}$$

- **加权分项供给指数构造综合供给指数**：在量化得到居民对各类公共服务的偏好差异（图 2 中的 A0、B0、C0）的基础上，可以以此加权各类分项供给指数，构造得到某区块内的各类公共服务得到综合供给指数。再结合区块的需求指数（人口密度），开展多项公共服务综合供需匹配分析。

### 相对与绝对两套指标体系

为了兼顾对分析公共服务设施供需匹配空间差异的精细刻画，以及实践中对适用绝对评价标准的现实需要，我们分别构造了街道层面的“相对供需匹配指数”和“绝对供需匹配指数”两套指标体系。前者重在更加精细的刻画城市内部不同区域的供需匹配程度差异，可以给出不同区域的相对排序，但并没有给出每个区域是否实现了绝对水平上的供需平衡；而后者则能够更加直接地给出每个区域在各类公共服务设施上的供需平衡绝对水平——通过与“1”的比较，可以知道到底是“供不应求”还是“供过于求”，以便为城市管理部门的公共服务设施配置决策提供更为明确的定量支持。

### 数据与方法技术

作为一个定位于城市内部微观分析和应用的指标体系，该指数的构造对数据基础和研究方法都提出了较高的要求。为此，研究团队最大限度地利用已积累的微观数据以及可获取的统计数据，有关本研究所涉及数据的详细情况见图 3 和表 1。

图 3  
北京市公共服务设施分布（公园、小学、医院）

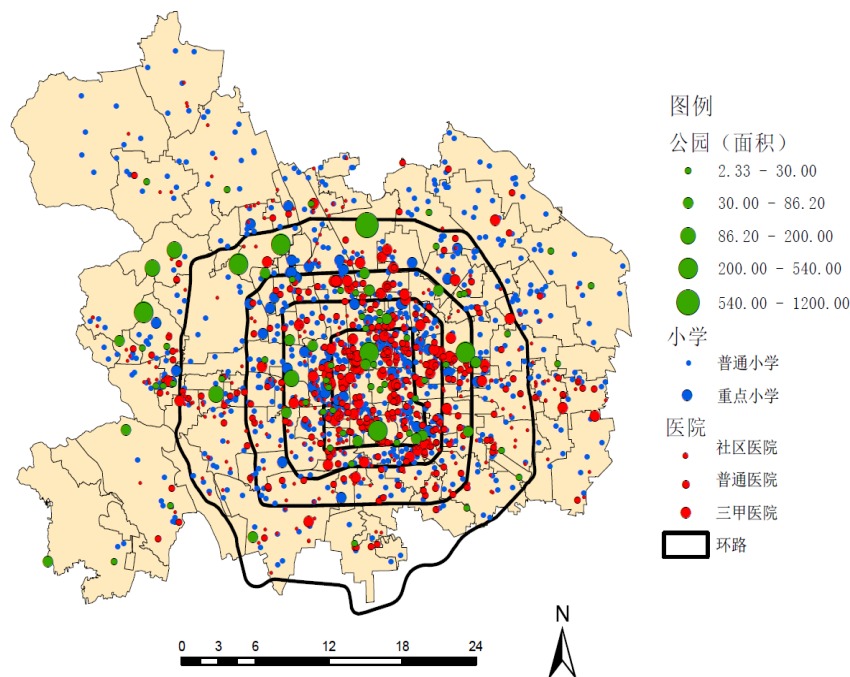


表 1 项目所涉及数据的详细情况

类别	数据概况
公共服务设施 空间数据	小学 北京市城八区范围内 2010 年末共 713 个小学——其中重点小学 57 个，其余为普通小学
	公园绿地 80 个公共开敞空间，平均占地面积 69 公顷
	医院 669 座医院——其中三甲医院 338 所，综合医院 240 所，社区医院 91 所
北京市居民家庭调查大样本微观数据	2010 年北京市家庭基本情况调查数据 研究范围内共涉及 129 个街道内 537 个居委会的共计 13102 户家庭；其中有学龄儿童家庭的比例为 19.43%
现行规划规范标准	小学 市规发（2006）384 号北京市居住公共服务设施规划设计指标：座位数达到千人均 40 座
	公园绿地 北京市园林绿化局：预计到 2010 年年末，人均公园绿地面积 15 平方米 <sup>5</sup>
	医院 卫国发（2012）57 号生事业发展“十二五”规划：床位数达到千人每 4 张床位

我们充分借鉴了国际相关理论和应用研究在以下三方面的前沿分析方法和技术：

- 地理学和规划学领域针对设施分布的空间分析方法：借助潜能模型度量“空间可达性”的测算逻辑与具体计算公式；
- 城市经济学领域揭示并量化居民偏好的显示性偏好方法，及 Hedonic 住房价格模型：借助住房市场的价格信息，实现对居民支付意愿的量化估计并以此表征其偏好；
- 基于地理信息系统 (Geographic Information System) 的空间分析技术：借助 Arc GIS 平台实现空间维度的测算和分析。

实际上，项目团队基于上述方法和技术在前期已经形成了较为丰富的学术积累：

- Siqi Zheng(郑思齐), Weizeng Sun and Rui Wang. Land Supply and Capitalization of Public Goods in Housing Prices: Evidence from Beijing. Journal of Regional Sciences, 2013. Forthcoming.
- Siqi Zheng(郑思齐) and Matthew E. Kahn. Does Government Investment in Local Public Goods Spur Gentrification? Evidence from Beijing. Real Estate Economics, 41(1), 2013: 1-28.
- Siqi Zheng(郑思齐) and Matthew E. Kahn. Land and Residential Property Markets in a Booming Economy: New Evidence from Beijing. Journal of Urban Economics, 63(2), 2008: 743-757.

<sup>5</sup>来源：[http://www.gov.cn/jrzq/2010-10/19/content\\_1725501.htm](http://www.gov.cn/jrzq/2010-10/19/content_1725501.htm)

- Siqi Zheng(郑思齐), Yuming Fu and Hongyu Liu. Demand for Urban Quality of Living in China: Evidence from Cross-City Land Rent Growth. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 38, 2009: 194-213.
- SiqiZheng(郑思齐), Yuming Fu and Hongyu Liu. Housing-Choice Hindrances and Urban Spatial Structure: Evidence from Matched Location and Location-Preference Data in Chinese Cities, *Journal of Urban Economics*, 60(3), 2006: 535-557.
- 郑思齐, 任荣荣, 符育明. 中国城市移民的区位质量需求与公共服务消费——基于住房需求分解的研究和政策含义. *广东社会科学*, 2012,(3):43-52.
- 郑思齐, 符育明, 任荣荣. 居民对城市生活质量的偏好: 从住房成本变动和收敛角度的研究. *世界经济文汇*, 2011, (2):35-51.
- 龙奋杰, 郑思齐, 王轶军, 郭明. 基于空间计量经济学模型的城市公共服务价值估计. *清华大学学报 (自然科学版)*, 2009, 49(12): 2028-2031.
- 王松涛, 郑思齐, 冯杰. 公共服务设施可达性及其对新建住房价格的影响——以北京中心城为例. *地理科学进展*, 2007, 26(6): 78-85.

截至目前, 研究团队已经形成了完成两篇总结本项目研究思路和成果的学术论文, 并已被 EI 期刊和 ISTP 国际会议录用, 其中后者在“第十八届中华建设管理及房地产发展国际研讨会”上获得“优秀论文奖”。

- 张英杰, 张原, 郑思齐. 基于居民偏好的城市公共服务综合质量指数构建方法. *清华大学学报*, 2013, 即将发表.

- Yuan ZHANG, Yingjie ZHANG and Antoine NGUY. A New Integrated Index for Urban Quality of Life Based on Estimated WTP from Housing Market. *Proceedings of the 18th International Symposium on Advancement of Construction Management and Real Estate (CRIOCM 2013), 2013.*



## 供给端：微观尺度公共服务设施供给质量的测算

### 公共服务的可达性：度量思路与测算公式

为了更加客观、真实地度量城市内部不同区位公共服务的质量水平，研究团队借鉴空间分析中最为常用的潜能模型，应用“可达性”这一指标来度量公共服务供给的质量。

具体测算公式如下：

$$S_k = \sum_i \frac{n_i}{d_{ik}^2}$$

$S_k$ 表示该区位第  $k$  类公共服务的供给水平，一般在相关研究中称为“可达性”（Accessibility），我们以此量化某一区位的公共服务供给水平； $d_{ik}$ 为该区位到第  $k$  类公共服务中第  $i$  个公共服务的空间隔离程度，表征居民在享受该项公共服务的难易程度，我们采用空间直线距离表示； $n_i$ 为表征第  $i$  个公共服务质量水平的权重指标，以此体现出同类型公共服务中不同设施的质量差异。针对某一具体区位，我们考虑其周边一定空间范围内的所有公共服务设施的汇总结果，构造公共服务供给指数，该指数越大，则意味着该区位的公共服务供给水平越高。

这一指标兼顾了某一区位和公共服务设施之间的空间隔离程度，以及该公共服务设施的质量。为了更加符合现实情况，我们充分考虑了每类公共服务的特点，以确定测算时空间范围和质量差异权重指标的设定<sup>6</sup>。实际测算过程中，我们将基础测算单元确定为边长为 1000m 的正方形栅格网（如图 4-1 所示），将每个栅格的质心作为测算基准点。

---

<sup>6</sup>通常某小学所对应的学区房一般在其周边 2 公里范围内；因此，将某一区位的小学测算限定在周边 2 公里范围内；小学质量本身有显著差异，家长大多希望自己的孩子能够到重点小学读书。本文直接设定重点小学的质量和普通小学相比为 10: 1，据此对不同小学进行加权计算。

在公园方面，居民使用该类公共服务设施的行为并非就近选择，尤其是对于一些较为大型的公共开敞空间如奥林匹克森林公园、颐和园和朝阳公园等，多属于公共景点，一般在市区范围内的居民都可能选择前往休闲。因此，在对公共开敞空间供给指标的计算中，不再设定空间影响范围，而是计算某一位置到全市全部公共开敞空间的距离，以该设施的占地面积作为衡量内部异质性的指标。

在医院方面，居民使用该类公共服务设施的行为也同样并非就近选择，因而在供给指标的计算中不设定空间影响范围。将医院分为三类——三甲医院、综合医院和社区医院。根据其要求床位数之比赋予权重 20: 4: 1。

### 三类典型公共服务设施供给水平的测算结果

栅格层面的可达性测算结果如表2所示,具体的空间分布情况如图4-2、4-3及4-4所示,颜色越深则意味着供给水平越高<sup>7</sup>。

表2 三种典型公共服务设施分项供给指数测算结果

分项指数	有值的栅格点数量	均值	标准差
学校供给水平	1195	36.31	208.45
医院供给水平	1347	121.25	971.12
公园供给水平	1347	118.73	342.54

图 4-1

北京市城八区计算栅格

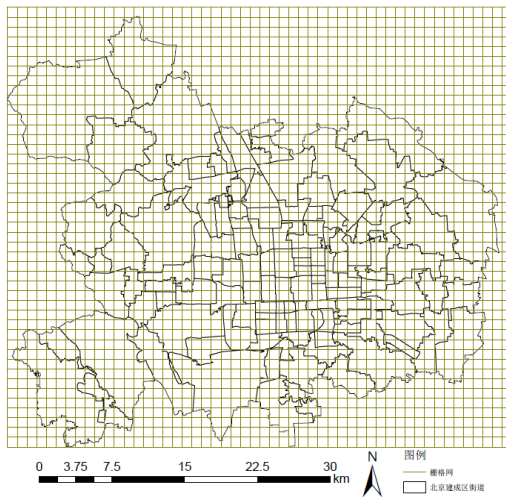


图 4-2

北京市城八区小学供给水平

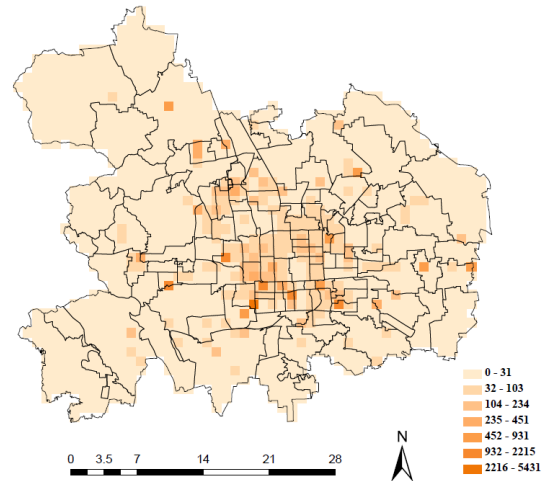


图 4-3

北京市城八区医院供给水平

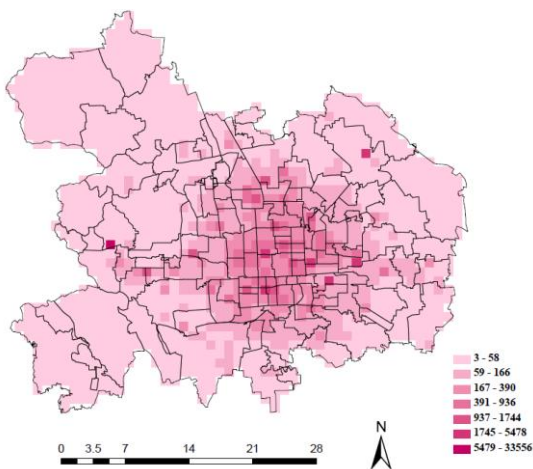
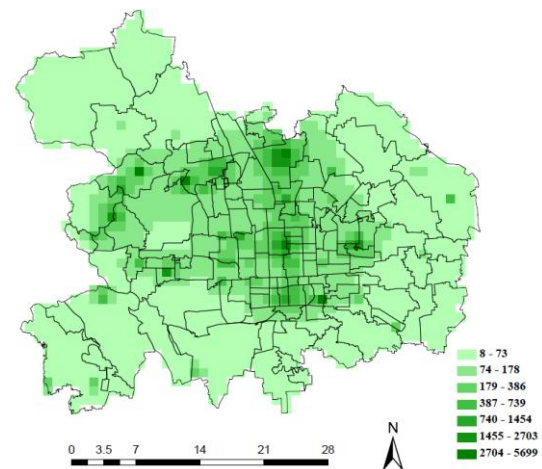


图 4-4

北京市城八区公园供给水平



<sup>7</sup>白色部分供给水平为0,这是因为在测定小学供给水平时,考察的是栅格网质心周围2000米内的所有小学,所以如果该范围内没有小学,则栅格点的小学供给水平为0。

如图 4 所示，这一供给指数的空间分布，实际上直观反映出了不同公共服务设施的空间分布情况。小学和医院的供给指数空间分布更加集中，而公园供给指数较高的区位分布更加分散，其中石景山区和海淀区距市中心较远的位置也出现了较高的公园供给指数。

## 需求端：基于微观数据量化分析居民对公共服务设施的偏好

研究团队选用人口密度作为衡量居民对公共服务设施需求水平的核心指标,同时充分考虑到居民偏好的差异性特征。需求端分析的核心就是如何量化这种居民对于不同公共服务的偏好差异。为此,我们应用 Hedonic 住房价格分析模型<sup>8</sup>,在显示性偏好(Revealed Preference)的基本逻辑下,借助住房价格的空间差异信息,量化估算居民对于房产本身的实物因素和房产区位因素支付意愿。该回归方程的基本形式如下:

$$\log P_i = \alpha + \beta \times \mathbf{S}_i + \gamma \times \mathbf{X}_i + \varepsilon_i$$

分别对全样本以及有无学龄儿童家庭的子样本进行了回归分析,得到家庭对于3种公共服务的支付意愿作为其偏好强度的度量指标(Hedonic 房价模型的实证结果见附录1)。回归结果显示,所有家庭对于单位供给指数的公园、医院、小学的偏好强度的相对大小为32:5:10。在对小学的偏好强度方面,有学龄儿童家庭与无学龄儿童家庭的偏好强度相对大小为11:9。我们将得到的偏好参数直接作为后续供需匹配分析过程中加总合成的权重参数。

我们将得到的偏好参数直接作为后续供需匹配分析过程中加总合成的权重参数。其中基于全样本的偏好分析结果,用于构造综合供给指数及综合供需匹配分析中;而基于有无学龄儿童家庭子样本的分析用于构造居民对于小学的单项需求指数,以及后续的小学供需匹配专项分析。这样的处理实际上同时实现了对不同类型服务设施供给指数的“标准化”,以及彼此之间相对重要程度的量化。

---

8 Hedonic 房价方程分析居民对各类公共服务设施的支付意愿(willingness to pay)。该方程所示的“特征价格模型”在住房市场价格相关领域的研究中应用非常普遍,可以将住房价格( $P_i$ ,本文中为每平方米单价)分解为各类住房的空间区位特点及其物理属性等不同特征的价格。

在 Hedonic 房价方程中, $\log P_i$ 为每单位住房单价(元/平方米)的对数值; $\mathbf{X}_i$ 为一组控制变量矩阵,如反映空间区位的该住宅距离城市中心的距离,及住房物理特征的面积、房龄等;估计得到的 $\gamma$ 体现了居民为对应住房特征的意愿支付价格(向量); $\mathbf{S}_i$ 为按照上述方法计算得到的该住房所处位置的各类公共服务设施的供给水平;估计得到的 $\beta$ 为对各类公共服务供给指数的偏好强度(向量)。

## 供需匹配分析之一：突出空间差异的相对供需匹配指数

### 街道层面单项公共服务设施的供需匹配分析：以小学为例

公共服务供需匹配分析在街道层面展开，我们以街道内各测算基准点供给指数的均值表征该街道的某类服务设施的供给水平。在小学的供需匹配分析中，需求方面我们区分了是否有学龄儿童的家庭<sup>9</sup>，根据两类家庭对小学偏好的差异性以及在街道内全部家庭中的占比，加权合成该街道内居民对小学的总需求。

确定了供给水平和对应供给的需求水平后，我们定义相对供需匹配指数R，用以分析供需匹配情况。该定义式如下：

$$R = \frac{S}{D}$$

其中S为供给水平，D为对应供给类型，细化考虑偏好差异和人口结构后合成的综合需求水平。街道层面小学的供给与需求指数如图5-1及5-2所示（图5-1中红色较深的街道供给水平较高，图5-2中蓝色较深的街道有学龄儿童家庭密度较高，即对小学的需求较高）。

小学供给集中在城市内部，而居民对小学的需求则更为分散。从小学供给水平的空间差异来看，超过60%的重点小学集中在三环内。而从小学需求的空间差异来看，学龄儿童家庭人口密度前10%的12个街道中，有8个位于三环外；甚至有5个位于五环外，分别为万柳、豆各庄、东坝、黑庄户、常营街道；二环内和二三环间各有2个，为牛街、崇文门外街道及太平桥、广安门外街道。在五环外，小学的需求依然很强。五环外需求水平最高的街道为长辛店街道，其有学龄儿童家庭密度为1306户/km<sup>2</sup>，而其供给水平不足北京市平均水平。

图 4-1  
129 个街道小学供给水平空间差异

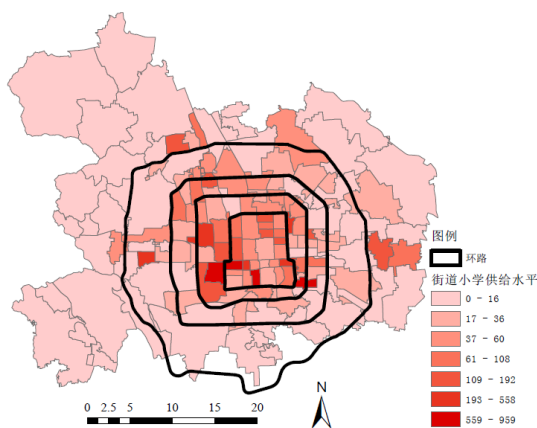
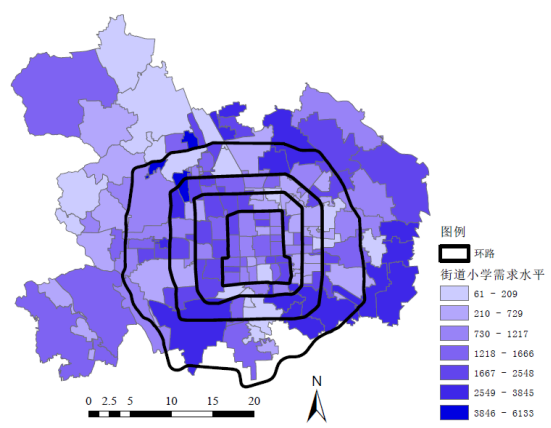


图 5-2  
129 个街道有学龄儿童家庭密度空间差异



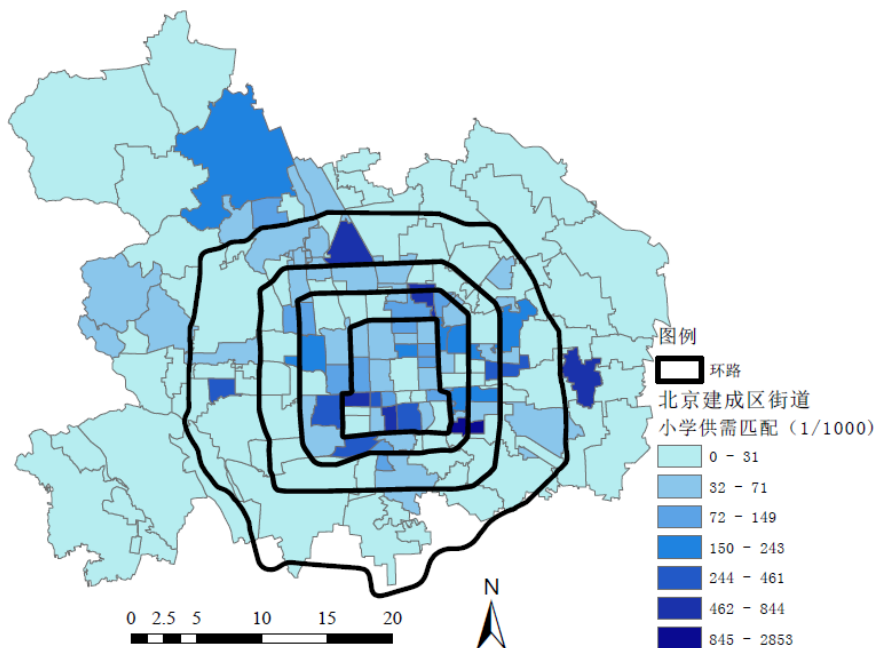
将街道的供给指数与需求指数直接相除加以对比之后，得到街道层面小学相对供需匹配指数如图6所示。

<sup>9</sup>北京城八区内街道平均有7.8%的家庭有学龄儿童，其中四环内街道平均有6.8%的家庭有学龄儿童。

图 5

129 个街道小学相对供需匹配水平空间差异

\*颜色越深表明供需匹配程度越好，颜色越浅表明需求越不能得到满足，供给缺口越大。



城市内部的小学供需匹配程度明显偏高。在供需匹配指数最高的前 10%（12 个）街道之中，有 8 个位于三环内。

表 3 小学供需匹配指数最高的前 12 个街道中有 8 个位于三环内  
(标注\*为三环外的街道)

街道名称	小学供需匹配指数	区域及位置
潘家园街道	2.8534	朝阳区、三环内
三间房地区*	<b>0.8437</b>	朝阳区、五环外
学院路街道*	<b>0.7857</b>	海淀区、四环内
天桥街道	0.7631	东城区、二环内
和平街街道	0.6358	朝阳区、三环内
广安门内街道	0.5724	西城区、二环内
八里庄街道*	<b>0.4607</b>	朝阳区、五环内
天坛街道	0.3653	东城区(崇文区)、二环内
右安门街道办事处	0.3319	丰台区、二环内
广安门外街道办事处	0.3080	西城区、三环内
八宝山街道办事处*	<b>0.2910</b>	石景山区、五环内
椿树街道办事处	0.2792	西城区、二环内

城八区五环以外区域的供需匹配水平较差，这是因为需求较供给分布更为分散，即小学供给与需求的分布不协调。在小学需求最强的 10%（12 个）街道中，仅有一个街道（广安门外街道）供需匹配指数高于平均水平。从城区的层面来看，小学相对供需匹配水平最好的前四位依次为宣武区、朝阳区、东城区、崇文区。

根据同样的方法，我们进行了医院和公园的相对供需匹配水平测算。我们将街道的公园供给水平与街道人口密度相比，得到公园的相对供需匹配水平空间分布，结果如图 7-1。北京建成区的东南部分匹配情况较差，二环到四环之间整体供给匹配水平较差。

我们将街道的医院供给水平与街道老龄人口<sup>10</sup>密度相比，得到医院的相对供需匹配水平空间分布，结果如图 7-2。北城的匹配情况明显优于南城。而内城和南城老龄人口较密集，医院的供给水平一般，内城和南城的医院供需匹配情况整体较差。

图 7-1

129 个街道公园相对供需匹配水平空间差异

\*颜色越浅表明需求越不能得到满足，供给缺口越大。

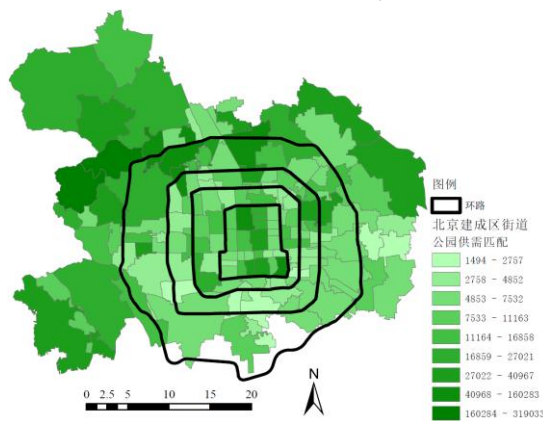
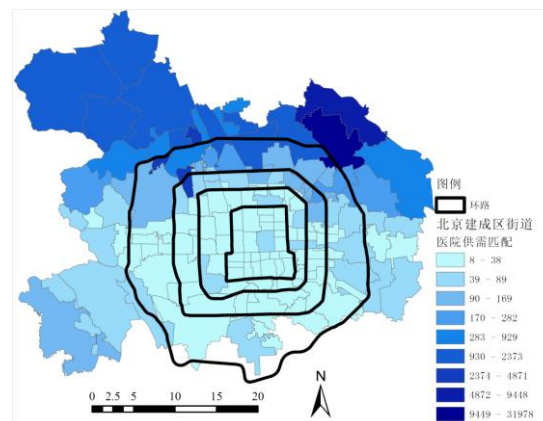


图 7-2

129 个街道医院相对供需匹配水平空间差异



### 街道层面多项公共服务设施的综合供需匹配水平

每一类公共服务设施都只是满足了城市居民的某一方面需求，为了全方位地描述居民所享受到的公共服务整体水平和生活质量，我们将三类典型公共服务设施按照对应的居民偏好进行加总合成。

基于需求端的 Hedonic 模型测算，我们已经得到所有居民对于单位供给水平的公园、医院、小学的偏好强度大小的比例为 32: 5: 10。我们以该比值作为计算综合指数时对供给端三个分项供给指数的加权系数。而在需求端，考虑到综合评价，我们直接用该街道的常住人口密度作为需求指数。

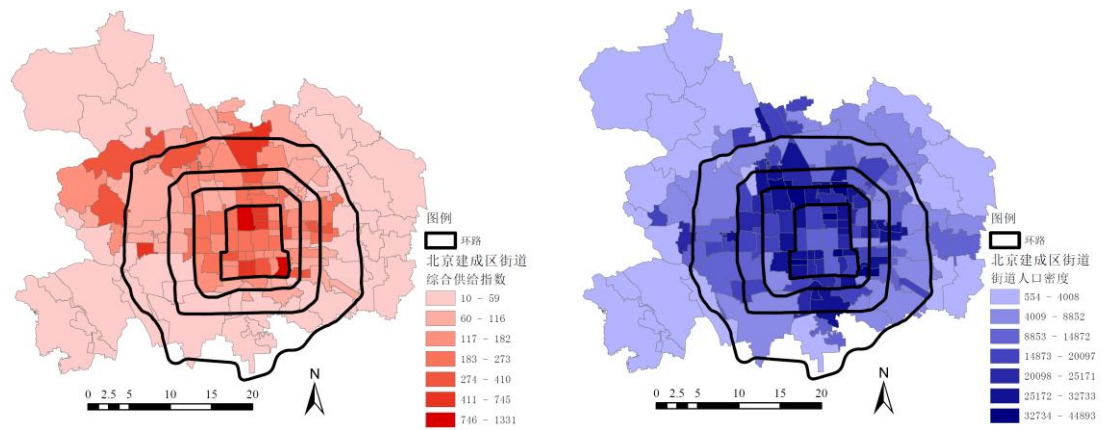
图 8-1

综合供给指数的空间差异

图 8-2

综合需求指数（人口密度）的空间差异  
(单位: 人/km<sup>2</sup>)

<sup>10</sup>57 岁以上老年人。



从图 8-1 可以看出，**公共服务综合供给指数较高的街道明显集中在城市内部**。综合供给指数前 10% 的 12 个街道中，有 8 个位于二环内，分别为北新桥、和平里、新街口、金融街、交道口、广安门内、什刹海和安定门街道；有 3 个街道位于二环和三环之间，分别为小关、和平街、天桥街道；只有 1 个街道位于三环和四环之间，为八宝山街道。图 8-2 给出了城八区人口密度分布。其中海淀区学院路街道、万柳街道，朝阳区八里庄街道，宣武区白纸坊街道附近人口密度较高。



图 9

### 综合公共服务的相对供需匹配水平空间差异

\*颜色越深表明供需匹配的情况越好

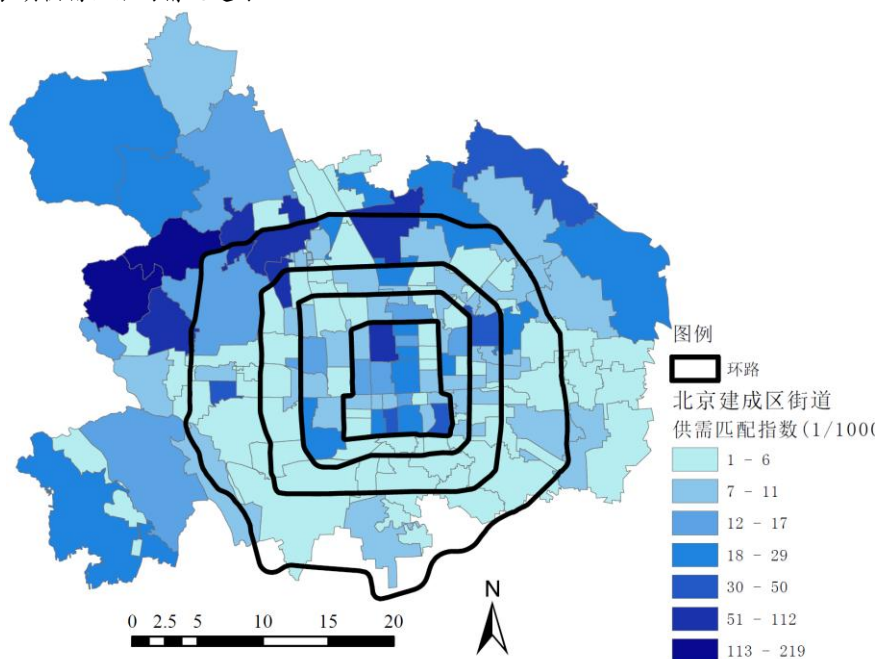


图 9 显示,二环以内及五环以外公共服务供需匹配水平较高。二环内虽然人口密度较高,但是由于公共服务设施供给也集中于此,因此其供需匹配水平较高。二环内的居民在“家门口”就可以享受到北京市最优质的公共服务。五环外的居民居住密度较小,即使不多的公共服务依然可以满足其需求。

一方面,南北城公共服务供需匹配水平差异较大。在南城的街道中,87%的街道低于全北京市的平均水平。另一方面,在常住人口最密集的重点街道中,公共服务供给普遍难以满足需求。在人口最密集的 12 个街道中,11 个街道的供需匹配水平低于全市平均水平。

## 供需匹配分析之二：注重客观标准的绝对供需匹配指数——以小学为例

相对供需匹配指数能够给出城市内部各区块（例如街道）在某个公共服务或综合公共服务供需匹配水平上的相对排序。但实践中的政策制定者往往更加关心一个直接且实用的问题——到底哪些街道供不应求，哪些供过于求呢？也许有一种情况，在相对供需匹配指数排名中很靠前的街道，实际上仍然是供不应求的。也就是说所有街道的供给都是短缺的，只不过有些地方更严重罢了。政策制定者更希望了解每个区块的绝对供需匹配水平，为他的公共服务供给决策提供更为直接的支撑。为此，我们在相对供需匹配指数的基础上，拓展设计了绝对供需匹配指数。

### 从便利性到充足性：相对供需匹配指数与绝对供需匹配指数的转换关系

相对供需匹配指数的设计侧重空间可达性，考察的是研究范围内公共服务的“便利性”；而绝对供需匹配指数更需要关注研究空间范围内公共服务的“充足性”。当然，“便利性”与“充足性”之间存在紧密的内在关系，其具体形式与公共服务的分布特征相关<sup>11</sup>。为了适应街道层面统计数据不足的客观约束，我们确立的转换方案和具体操作如下：

第一步，在各个行政区层面（比街道要大）度量充足性。通过比较各城区实际提供的公共服务数量与规范（小学主要参考：市规发（2006）384号北京市居住公共服务设施规划设计指标）要求的公共服务数量（需求端），得到城区层面的绝对供需匹配水平；

第二步，通过对某类公共服务空间分布特征的分析，得到绝对供需匹配与相对供需匹配之间的一个较为稳定的转换因子 $\alpha$ （绝对供需匹配指数= $\alpha$ ×相对供需匹配指数）。该转换因子主要受所在区域面积、公共服务平均规模以及到公共服务的平均距离决定。区域面积越大，转换因子越大，公共服务的平均规模以及相对公共服务的平均距离越大，转换因子越小（具体计算思路和方法见图10和附录2）。计算得到各个城区的 $\alpha$ 值。

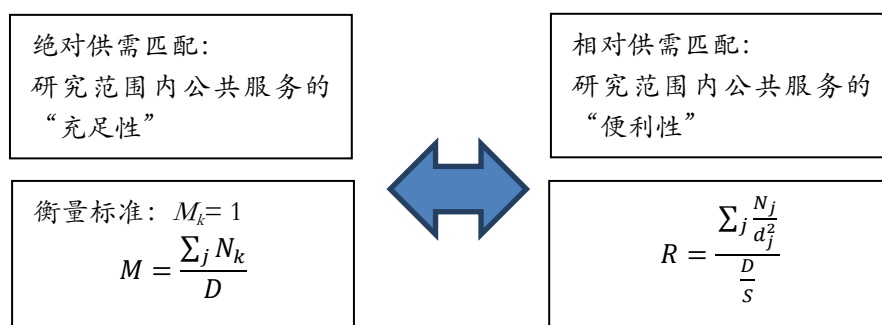
第三步，实现各街道相对指标向绝对指标的转换。将某城区的转换因子 $\alpha$ 应用于其中的各个街道值，将原各街道相对供需匹配指数转换为绝对供需匹配指数。这时，就可以用“1”作为一个判断标准——绝对供需匹配指数大于1，说明供过于求，小于1则说明是供不应求。更进一步，可以通过指数与1的差距来推算需要新建（或搬迁）多少数量的公共服务设施，就能够实现供需平衡。

---

11以小学为例，充足性是区域内人数和小学数的对应，包含着平均学校规模的特征；而便利性是区域内人们到小学的可达性，也就是到小学的平均距离，或者是小学的平均辐射范围，包含着平均学校规模，人口密度的特征。

图 10

## “充足性”与“便利性”的转换关系



\*相对指标与绝对指标之间的推导过程详见附录 2。

## 街道层面小学绝对供需匹配指数

## 城区层面的绝对供需匹配差异显著

将教育部公布的 2009-2010 年北京市各城区在校小学生数 (作为实际小学座位数的代理变量), 作为绝对供给水平; 将按照规范算得的需要座位数作为绝对需求水平, 结合供给和需求进行分析, 结果如表 4。

表 42010 年城八区小学座位实际供给数及需求数

城区	实际小学座位数 (供给端)	常住人口	规范座位 需求数 (需求端)	绝对 供需比	供需差 (供给-需求)
东城区	31279	573180	22927	1.36	8352
崇文区	14410	346073	13843	1.04	567
西城区	31533	674531	26981	1.17	4552
宣武区	17520	558226	22329	0.78	-4809
海淀区	118893	3291228	131649	0.9	-12756
朝阳区	81687	3524625	140985	0.58	-59298
丰台区	64372	2112162	84486	0.76	-20114
石景山区	20881	593234	23729	0.88	-2848
新东城区	45689	919253	36770	1.24	8919
新西城区	49053	1232757	49310	0.99	-257

内城中(原)东城区、崇文区和(原)西城区的供给大于需求, 而宣武区供给小于需求。原因在于宣武区内常住人口较多。在宣武区和西城区合并为新西城区后, 供需缺口减少至 257 个座位。

海淀区、朝阳区、丰台区、石景山区的供给均小于需求。其中朝阳区的缺口最大, 达 59298 个座位。朝阳区和海淀区的规范座位需求数相近, 海淀区的实际小学座位数为 118893 个, 而朝阳区的实际小学座位数仅为 81687 个, 因此海淀区的供需缺口远小于朝阳区的供需缺口。石景山区的规范座位需求数较小, 即常住人口数较小, 因此供需缺口较小。

### 街道层面绝对供需匹配指数的空间差异

不同城区小学分布特征不同,因此其转化系数也不同。表5给出了各个城区的转化系数。在后续的分析中,我们将把某个城区的转化系数应用在该城区的每个街道上。

表5 各街道所在城区的转换系数

城区	相对供需匹配指数	绝对供需匹配指数	$\alpha$ (转换系数)
朝阳区	1179.595	0.579	0.00049
崇文区	581.844	1.041	0.00179
东城区	770.363	1.364	0.00177
丰台区	723.511	0.762	0.00105
海淀区	782.813	0.903	0.00115
石景山区	706.803	0.88	0.00124
西城区	793.028	1.169	0.00147
宣武区	622.728	0.785	0.00126

相对供需匹配指数较高说明区域内人均公共服务质量和可达性整体水平较高;绝对供需比较高说明区域内的座位数比较充足。朝阳区的转化系数最小,这意味着朝阳区的小学可达性相对较高,但是其小学座位数供给较为紧张。崇文区的转化系数最大。而崇文区的小学座位数较为充裕,但是其可达性整体较差。数量充足且人均质量较高的城区仅为东城区、海淀区和西城区。

根据各城区的转换方程确定各街道的绝对供需匹配水平,并将结果与“1”(供需匹配临界点)进行比较,判断其供需匹配状态。得到的各个街道的绝对供需匹配指数如表6。

表6 各街道小学绝对供需匹配指数

街道	相对供需匹配指数	绝对供需匹配指数
孙河	9297.565	4.567
...	...	...
万柳	3392.314	3.914
...	...	...
香山	2067.511	2.385
景山	1340.692	2.374
...	...	...
青龙桥	942.652	1.088
...	...	...
大栅栏	526.809	0.664
...	...	...
崇文门外	340.836	0.61
...	...	...
奥运村	956.318	0.47
...	...	...

图 11

各街道小学绝对供需匹配水平的分布情况

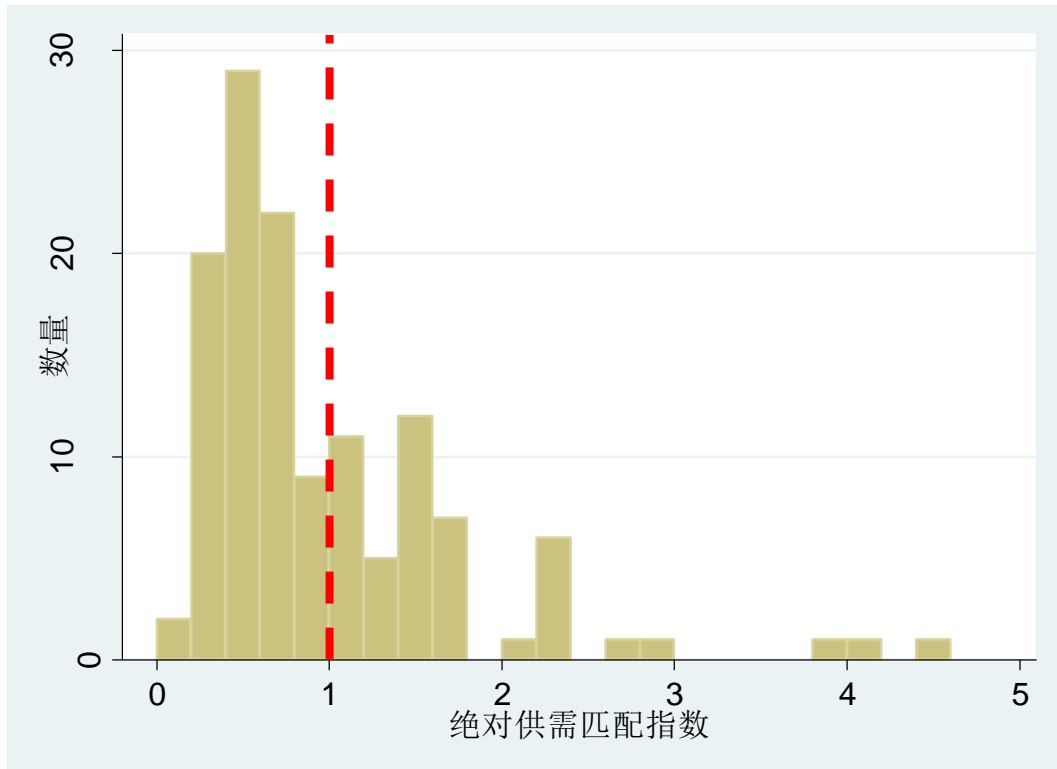


图 11 显示，在 129 个街道中，有 72 个街道的小学座位数供不应求，有 47 个街道的小学座位数供过于求，其中孙河街道、苏家坨街道、万柳街道 3 个街道供需匹配指数接近 4，即小学的供给远大于需求。

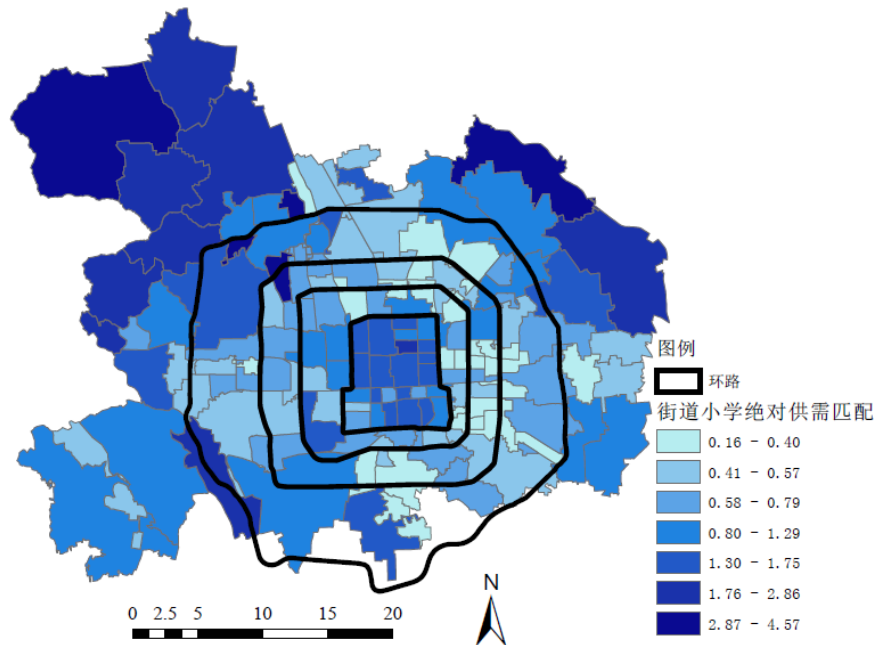
对表 6 中比较有代表性的街道进行举例分析：1) 孙河街道坐落在朝阳区东北部边缘，供给水平较低，但需求非常少，因此供需匹配较好；2) 万柳街道在海淀区，小学可达性非常好，相对匹配程度高，再加上海淀区整体的供需缺口较小，匹配程度较高，因此其绝对匹配程度较高；3) 大栅栏街道虽然学校个数较多，可达性较好，但是人口密度远高于平均水平，因此小学座位数量并不充足；4) 崇文门外街道与大栅栏街道情况类似，人口密度极高，所以供需匹配程度较其他二环内街道差；5) 奥运村街道供需匹配程度较低，因为公园占据了大量的面积，虽然人口密度不高，但是学校更少，因此匹配程度较差。

一个街道的绝对供需匹配水平与其所在的城区有关，也与其街道内的人口密度相关。将计算得到的结果在 GIS 中绘图实现如图 12（绿色街道的绝对供需水平大于 1，红色街道水平的绝对供需水平小于 1）。

图 12

北京市城八区街道绝对供需匹配水平空间分布

\*颜色越深代表供需匹配程度越好。



很明显，二环内供需匹配情况较好，二环至五环供需匹配情况较差，均值仅为 0.84，而五环外又恢复了较好的供需匹配情况。西部地区供需匹配情况明显优于东部地区。西部地区海淀区西四环外的街道绝对供需匹配指数已经达到 1 以上；而朝阳区五环外依然有 7 个街道绝对供需匹配指数小于 1。

# 拓展分析：公共服务供需失配的社会成本

## 效率层面：城市空间效率损失估算

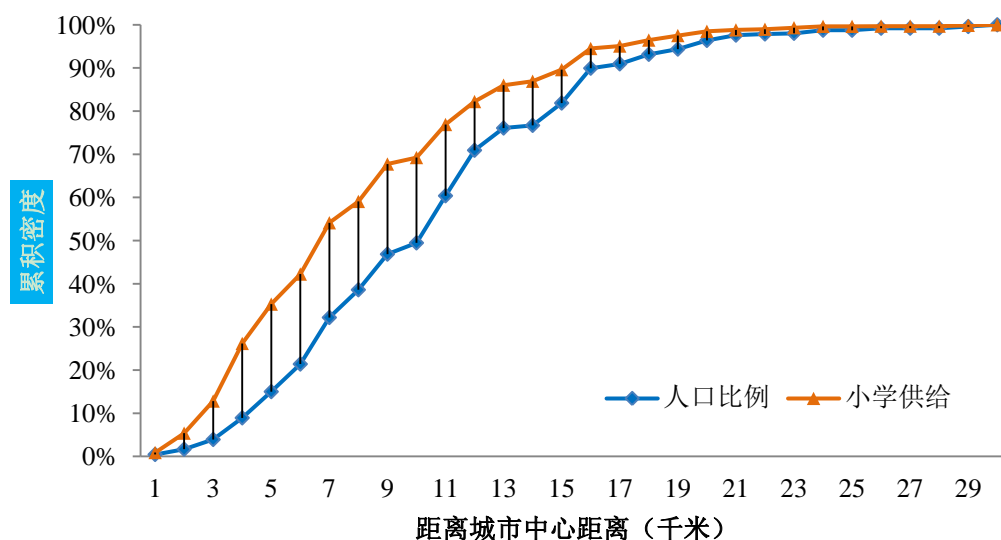
城市作为一个内部相互联系的动态复杂系统,公共服务的空间布局同样会对城市的经济、社会等其他方面产生重要的影响。公共服务的空间供需不匹配会为整个体系带来额外的社会成本。在城市经济学的经典实证研究中,学者们采用绘制公共资源、居住人口和就业岗位在城市空间上的累计分布函数的方式(距城市中心不同距离上的累计分布占城市内总量的比重)来系统地表征彼此之间的关系。理论分析表明,居住人口与就业机会的两条累积分布曲线之间的闭合区域,近似表征了居民上下班通勤的交通流量<sup>12</sup>。基于相似的思路,我们画出北京市居住人口与公共服务的两条累积分布曲线,用两者之间的闭合区域来近似表征居民为接近公共服务所需要的出行量,然后分析由于公共服务供需失配所导致的额外出行及空间效率损失。

### 小学与人口的累积分布曲线

我们根据不同街道小学供给水平与常住人口数,绘制了2010年小学与居住的空间分布(概率),结果如图13所示:

图 13

2010年小学供给与人口空间分布累积密度



\*红线代表公共资源对于城市半径的累积分布曲线;蓝线代表人口对于城市半径的累积分布曲线;两者之间阴影部分即代表城市人口为了享用公共服务设施所需进行的交通量。

12 Timothy D. and W. C. Wheaton, 2001. Intra-urban wage variation, employment location, and commuting times. *Journal of Urban Economics* 50, 338-366.

在内城，小学累积分布曲线明显高于人口，验证了小学在空间上更多集中在城市内部。所以距离城市中心较近的位置能够享受到更多更优质的公共服务，而距离城市中心较远的位置享受到的公共服务较少。

在公共服务与人口两条累积分布曲线拉开较大时，居民为了接近公共服务需要更多的交通出行。这会对城市交通体系造成额外的拥堵负担并会增加空气污染和能源消耗，降低城市空间效率。

两条曲线之间闭合区域的面积近似表征了二者空间不平衡所带来的交通成本，即空间效率的损失程度。经计算，图 12 中该闭合区域面积占全部面积的比值为 8%，为北京市小学供给的空间不平衡程度。通过计算不同城市中，或者同一个城市中各类公共服务的该数值，可以比较公共服务供需失配所带来的城市空间效率损失程度。

图 14

五环范围内的局部放大效果

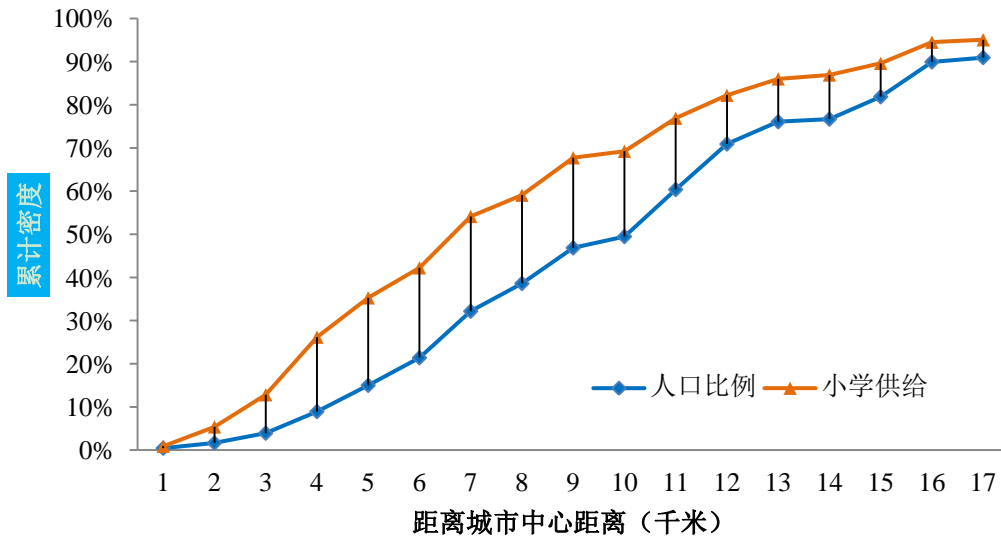


图 14 为五环范围内的局部放大。如图所示，小学资源与人口的分布不匹配程度随着距城市中心距离的增大而增加，在 5000-9000 米范围内（二环距天安门约 3500 米、三环距天安门约 7500 米、四环距天安门约 10500 米）达到最大不匹配程度，随后逐渐减小。这意味着北京市距市中心 5000-9000 米范围，三环内到四环之间，是小学资源与人口分布脱节最为严重的地区。

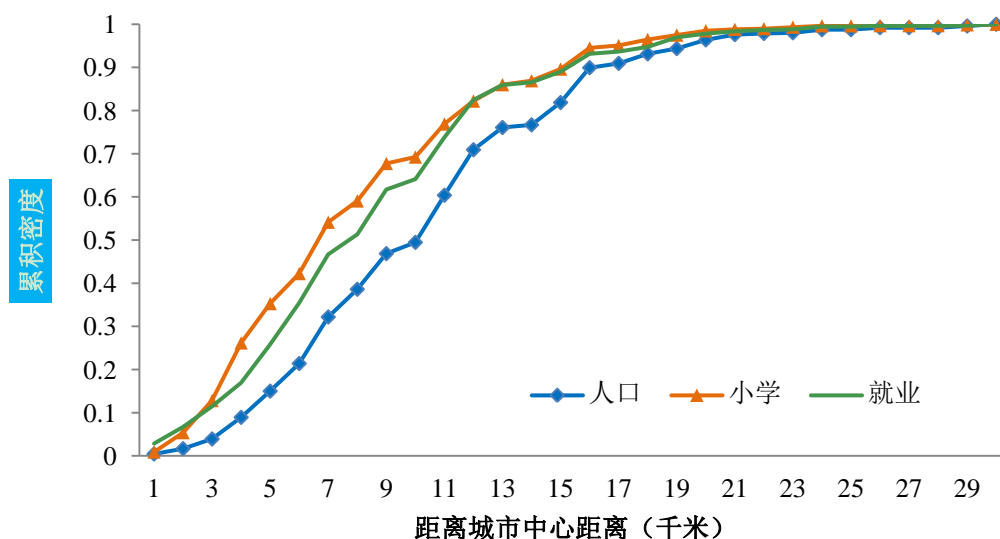


## 小学、人口与就业的空间分布不均衡

根据 2010 年不同街道的就业人口数, 将其补充绘制至小学、人口分布图中, 得到图 15。

图 15

2010 年小学、人口、就业空间累积分布曲线



就业的累积曲线是介于小学和人口累积曲线之间的。这意味着, 当前北京市郊区化进程的总体情况为: **居住郊区化 > 就业郊区化 > 公共服务郊区化**。

## 公共服务外迁的空间效率改进效果模拟

### 主要思路及步骤

将供给过剩区域的公共服务外迁至供给不足的区位, 可以有效改善城市整体的公共服务供需匹配现状, 并在一定程度上缓解交通拥堵问题, 并提高城市的空间效率。研究团队以小学为分析对象, 采用以下步骤开展了学校外迁的政策模拟。

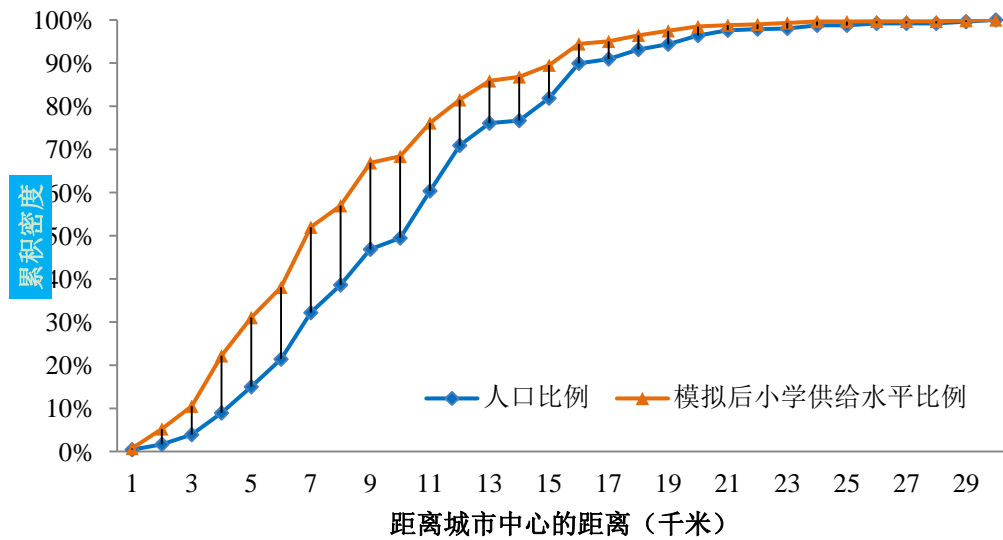
第一步, 确定绝对供需匹配指数大于 1 的街道需要外迁的小学数, 使街道绝对供需匹配指数趋近 1, 其中街道内小学数减少的比例为绝对供需匹配指数减少的比例。例如, 已有 3 所小学街道外迁 1 所小学, 街道绝对供需匹配指数、相对供需匹配指数均减少 1/3。第二步, 确定绝对供需匹配指数小于 1 的街道需要迁入的小学数, 使街道绝对供需匹配指数趋近 1, 其中街道内小学数增加的比例为绝对供需匹配指数增加的比例。例如, 已有 1 所小学街道迁入 1 所小学, 街道绝对供需匹配指数、相对供需匹配指数均增加 1 倍。第三步, 根据模拟后相对供需匹配指数及人口密度, 确定模拟后街道小学相对供给水平。第四步, 分析模拟后的小学、居住空间分布。

## 模拟结果

我们将城市中心绝对供需匹配指数较高的街道中的 16 所小学外迁，使其绝对供需匹配水平降至 1 左右。迁至全城八区绝对供需匹配指数最低的 6 个街道。最终得到的模拟后的小学、居住空间分布如图 16。经过计算，两条空间分布累积曲线间闭合空间的面积下降了 12.5%。这意味着，公共服务的外迁能够有效地提高城市效率。

图 16

模拟后的小学、居住空间分布累积曲线



## 公平层面：受损群体规模与结构分析

不同区位上公共服务的供需匹配差异直接影响着该区域居民的生活质量。为了能够更具有针对性的分析到底有多少居民面临着更严重的公共服务供需不匹配问题,我们依然以小学为例,探讨不同供需匹配水平下的城市常住人口结构分布。

图 17 及表 7 给出了居住在绝对供需匹配指数不同区间的常住人口数及比例。

图 17

不同区位的常住人口比例

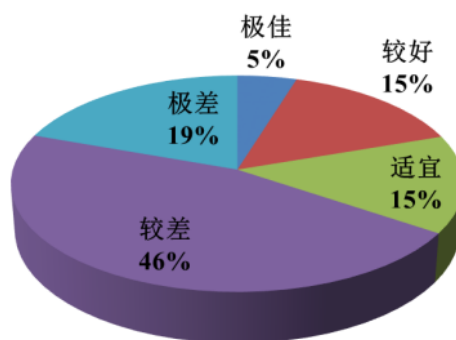


表 7 不同区位的常住人口规模

供需匹配指数区间	小学供需匹配水平	人口数
2 以上	极佳	56.05 万
1.2-2	较好	174.78 万
0.8-1.2	适宜	170.48 万
0.4-0.8	较差	537.39 万
0.4 以下	极差	228.62 万

绝大多数的居民生活在小学供给不足的区域(小学供需匹配指数为较差或极差);而在供给充分的区域中,居民人口占比仅为 35%。这充分说明小学供需匹配现状并不乐观,由于小学作为公共资源对于多数家庭是必需品,供需匹配的差距势必会造成大量的额外通勤量。

表8更进一步给出了在绝对供需匹配指数的不同区间，高收入、中收入和低收入居民的各自占比<sup>13</sup>。从中可以发现高低收入群体之间存在着明显的不平等现象，当前的公共服务供需不匹配使得低收入群体承担了较大的损失。中等收入居民在各区间的分布较为平均（其在各类区位上的占比基本维持在24%-30%左右），而高低收入居民之间对比明显。在小学供给不足的区域，低收入居民的比例明显更高——在供需匹配水平最差的两类区域中，低收入居民的占比均为最多；在极差的区域上，低收入居民的比例更是接近60%。形成鲜明对比的是，在小学供需水平更好的区域，高收入居民明显更多，随着供需匹配水平的改善，高收入居民所占的比例从18%增大到43%。

**表8 不同区位不同收入水平人群比例**

供需匹配 指数区间	小学供需 匹配水平	高收入居民 占比	中收入居民 占比	低收入居民 占比
2 以上	极佳	42.60%	29.05%	28.35%
1.2-2	较好	36.03%	26.64%	37.32%
0.8-1.2	适宜	35.12%	30.33%	34.56%
0.4-0.8	较差	33.31%	27.33%	39.36%
0.4 以下	极差	18.36%	23.92%	57.72%

13我们以微观样本中居民家庭收入水平的33%与66%分位数为界，划分高中低收入。

# 结语：让公共服务照亮城市角落

## 主要观点

北京市在公共服务供需匹配方面的表现是全国多数大城市的一个典型。根据我们提出的分析框架，以及城市内公共服务供需匹配指数计算方法，北京市城八区范围内确实存在着比较明显的公共服务设施供需不匹配的现象。绝大多数城市居民无法就近享受到基本的公共服务，对城市的空间效率造成了负面影响。

一个清晰的宏观格局就是公共服务设施集中在城市中心地区，而居住人口则在较大的空间范围内分散分布。北京市二环以内的区域在公共服务供需匹配方面呈现出明显的优势，而在二环和五环间中间地带的大部分街道都存在着较为严重公共服务供给不足问题。以小学为例，在研究范围内全部 129 个街道中，有 72 个街道小学供给相对本地需求不足；如果进一步考虑常住人口的分布，则有 65% 的常住人口居住在小学供给不足的区位。

造成城市内公共服务供需不匹配的原因是，在以北京为代表的中国大城市中，作为计划经济的遗产，中国城市中优质的公共服务设施大部分仍集中在中心城区，远远滞后于城市空间的快速扩张和人口的郊区化趋势——这些公共资源（特别是优质资源）建设时城市空间范围还很小，在城市空间快速扩张的过程中，区（县）政府的财政资金仅能维持原有公共服务设施的发展而没有能力新建更多，因此这些公共服务设施在数量上并未发生明显变化且仍集中在中心城区。

我们通过人口、就业和公共服务（以小学为例）的空间分布累积概率图可以判断，当前北京市郊区化进程的总体情况为：居住郊区化>就业郊区化>公共服务郊区化。如果从更为全面的角度来思考，城市空间中居住和就业的分离是产业集聚的必然结果。经济活动的集聚会带来集聚经济的正外部性，但同时也会带来拥堵和环境污染这些负外部性。过度追求“职住平衡”以降低通勤量有可能以牺牲经济效率为代价，在市场力量主导的城市空间结构中往往难以实现。关键是如何在这两种外部性之间进行合理的平衡。但对于公共服务设施就不存在上述问题。如果城市公共服务设施的空间布局不合理，导致居民为了靠近这些设施而产生额外的通勤和能源消耗，对城市而言就形成了没有经济效率的额外交通和环境成本。因此，城市公共品（特别是基础性的教育和医疗设施）在空间上的合理和平衡配置，有利于降低过量的交通需求、能源消耗和碳排放，会对城市空间效率的提升及可持续发展起到推动作用。

## 实践推广

在当前“以人为核心”的新型城镇化战略大背景下，完善公共服务，提高城市居民的生活质量已成为城市政府的核心工作内容。实现城市内不同区位和不同人群之间基本公共服务的均等化，是避免出现城市内部二元分割，促进社会和谐与安定的重要抓手；也是提高城市效率，实现城市包容性增长的有效途径。

本报告中所展示的分析框架和技术能够全面客观度量城市公共服务的供需匹配现状，找到政策着力点并模拟政策效果。预期能够在以下两方面为国家和各城市发改委、城市土地和规划部门提供技术支持和决策参考，提高城市治理的科学化水平。

### ● 公共服务供需匹配指数测算与分析

发现某一类公共服务在城市中供给过剩以及供给不足的区位，以及某类设施在城市整体层面的不平衡情况。辅助城市管理部门在公共服务供给充分的区位推动城市更新建设，提高对新增居住人口的容纳能力；在公共服务供给短缺的区位新增服务设施，或扩建周边临近的既有设施。进一步，结合具体区块的空间范围和基础信息，可以给出具体的容量潜力数字或设施规模的缺口大小。

### ● 公共服务供需不匹配引致的效率损失和公平性问题定量分析

一方面能够测算当前公共服务供需不匹配所带来的城市空间效率损失和城市居民公平性受损的程度；另一方面，可以通过模拟测算新增或搬迁公共服务设施所带来的效率提升和公平性改进程度，辅助优化城市管理和规划决策。通过开展“居住-就业-公共服务”三者的联合分析，还能够为政策设计提供更加全局化的分析视角和评价手段，直观测评城市居民的生活质量及其演进。

我们期待能够对更多的城市开展深入研究，扩大合作，用科学理性的分析辅助推进城市公共服务空间布局的优化；同时也期待我们的研究成果能够引起政策制定者的关注，最终切实惠及百姓，共同缔造更高质量的城市生活。

附录 1: 全部家庭及有无学龄儿童家庭子样本的 Hedonic 模型分析结果

	(1)	(2)	(3)
变量	<i>Log(HP)</i>	<i>Log(HP)</i>	<i>Log(HP)</i>
	全样本	有学龄儿童家庭	无学龄儿童家庭
与城市中心的距离	-0.03338*** (-53.552)	-0.03084*** (-20.958)	-0.03399*** (-49.332)
公园绿地	<b>0.00032***</b> (13.883)	0.00031*** (5.176)	0.00033*** (12.939)
医院	<b>0.00005***</b> (5.515)	0.00005** (2.471)	0.00005** (4.950)
小学	<b>0.00010***</b> (9.766)	<b>0.00011***</b> (4.293)	<b>0.00009***</b> (8.782)
面积、房龄 与邻里结构	YES	YES	YES
常数项	9.22013*** (307.178)	9.05250*** (142.003)	9.27160*** (271.204)
样本量	13102	2546	10556
R-squared	0.492	0.484	0.496

注: 括号中为 t 统计量, \*\*\* p<0.01, \*\* p<0.05, \* p<0.1

## 附录 2：建立相对供需匹配指数与绝对供需匹配指数之间的转换关系

相对指数与绝对指数之间存在确定的换算关系。在数据完备的情况下，

$$R \cdot D = S \cdot \sum_j \frac{N_j}{d_j^2} = S \cdot \frac{1}{d^{*2}} \cdot \sum_j N_j = \left( \frac{S}{d^{*2}} \cdot D \right) \cdot M$$

所以，绝对供给  $M \cdot D$  与相对供给  $R \cdot D$  之间存在确定的转换关系。

本研究中我们不知道公共服务平均规模  $N$ ，但已知可达性

$$R \cdot D = S \cdot \sum_j \frac{N_j}{d_j^2} = S \cdot N^* \cdot \sum_j \frac{1}{d_j^2}$$

我们新定义相对供需匹配指数为，

$$R^* = \frac{\sum_j \frac{1}{d_j^2}}{\frac{D}{S}} = \frac{R}{N^*} = \frac{S}{d^{*2} \cdot N^*} \cdot M$$

并求解相对供需匹配指数与绝对供需匹配指数的转换关系。

在上面的推导中，

$M$  为绝对供需匹配指数； $S$  为区域面积； $D$  为区域人口数量；

$N_j$  为第  $j$  个公共服务的规模； $N^*$  为全部公共服务平均规模；

$R$  为相对供需匹配指数； $R^*$  为新定义的相对供需匹配指数；

$d_j$  为测算位置到第  $j$  个公共服务的距离； $d^*$  为测算位置至公共服务的平均距离。